
PENENTUAN DAN ANALISIS HARGA OPSI TIPE EROPA MENGGUNAKAN MODEL BLACK-SCHOLES (STUDI KASUS PADA SAHAM AMAZON.COM INC.)

Geraldly Franklin Pesak¹, Tohap Manurung², Jullia Titaley³, Eliasta Ketaren⁴

¹²³Program Studi Matematika

⁴Program Studi Sistem Informasi

Universitas Sam Ratulangi

e-mail: geraldypesak103@student.unsrat.ac.id¹, tohapm@unsrat.ac.id², july_titaley@unsrat.ac.id³,
eliasketaren@unsrat.ac.id⁴

Abstrak

Opsi saham merupakan kontrak derivatif yang memberikan hak (bukan kewajiban) untuk membeli atau menjual saham underlying pada harga dan waktu tertentu, sehingga memerlukan metode valuasi yang andal. Penelitian ini bertujuan menentukan harga teoretis opsi call dan put menggunakan model Black-Scholes, menguji akurasi model melalui perbandingan dengan harga pasar aktual, serta menganalisis sensitivitas harga opsi menggunakan parameter The Greeks. Penelitian ini menggunakan data sekunder berupa harga saham AMZN ($S = \$210,11$), variasi strike price ($K = \$85$ sampai $\$370$), tingkat suku bunga bebas risiko, volatilitas historis, dan waktu jatuh tempo. Berdasarkan hasil perhitungan, diperoleh harga teoretis opsi call yang menurun secara monoton dari $\$127,56$ pada $K = 85$ menjadi $\$1,68$ pada $K = 370$, sedangkan opsi put menunjukkan tren sebaliknya dari $\$0,02$ menjadi $\$151,02$, konsisten dengan prinsip ekonomi moneyness. Validasi model untuk opsi call menghasilkan MAE sebesar 2,18, MAPE 5,32%, dan RMSE 5,20. sementara itu, pada opsi put diperoleh nilai MAE sebesar 4,78, MAPE 25,63%, dan RMSE 7,44. Nilai tersebut menunjukkan bahwa model memberikan tingkat akurasi yang lebih tinggi pada penentuan harga opsi call dibandingkan pada opsi put. Analisis The Greeks menunjukkan bahwa Delta merupakan parameter yang paling berpengaruh terhadap harga opsi. Nilai Delta yang mendekati 1 menunjukkan bahwa perubahan harga saham memberi dampak paling besar terhadap perubahan harga opsi.

Kata kunci: model Black-Scholes; opsi saham; The Greeks; valuasi derivatif

1. Pendahuluan

Perkembangan pasar modal global telah mendorong munculnya berbagai instrumen keuangan derivatif sebagai sarana manajemen risiko, spekulasi, dan arbitrase. Instrumen derivatif adalah kontrak keuangan yang nilainya bergantung pada aset *underlying* tertentu [1]. Beberapa bentuk derivatif yang umum diperdagangkan di pasar keuangan meliputi futures, forward contract, swap, dan opsi. Di antara instrumen derivatif tersebut, opsi saham memainkan peran strategis dengan memberikan fleksibilitas kepada investor untuk memperoleh keuntungan dari pergerakan harga saham tanpa harus memiliki aset *underlying* secara langsung.

Opsi adalah kontrak yang memberikan hak kepada pemegangnya untuk membeli atau menjual aset *underlying* pada harga yang telah ditentukan dalam suatu periode tertentu. Berdasarkan hak yang diberikan, opsi diklasifikasikan menjadi opsi *call* dan opsi *put*. Berdasarkan periode pelaksanaannya, opsi dibagi menjadi opsi tipe Eropa dan opsi tipe Amerika. Opsi tipe Eropa hanya dapat dieksekusi pada saat jatuh tempo, sedangkan opsi tipe Amerika dapat dieksekusi kapan saja selama periode kontrak berlangsung [2].

Salah satu model yang paling banyak digunakan dalam penetapan harga opsi adalah model Black-Scholes. Model Black-Scholes dianggap sebagai salah satu pendekatan utama dalam penilaian opsi saham. Pada tahun 1973, Fisher Black dan Myron Scholes memperkenalkan terobosan signifikan dalam penetapan harga instrumen keuangan kompleks melalui pengembangan apa yang kini dikenal sebagai model Black-Scholes. Model ini memberikan harga teoretis (*fair value*) suatu opsi dengan asumsi bahwa log return saham terdistribusi normal, volatilitas dan tingkat bunga bebas risiko bersifat konstan, tidak ada biaya transaksi, serta aset *underlying* tidak membayar dividen [3]. Model Black-Scholes mampu memberikan estimasi harga wajar untuk opsi, menjadikannya fondasi penting dalam analisis instrumen derivatif modern.

Selain menentukan harga teoretis opsi, analisis sensitivitas harga opsi terhadap perubahan variabel pasar juga merupakan aspek penting dalam manajemen risiko. Sensitivitas ini diukur menggunakan parameter Greek, yaitu Delta, Gamma, Theta, Vega, dan Rho. Parameter-parameter ini digunakan untuk mengukur perubahan harga opsi akibat perubahan harga aset *underlying*, volatilitas, suku bunga, dan waktu hingga jatuh tempo. Analisis The Greeks membantu investor dan manajer portofolio dalam memahami risiko serta menentukan strategi hedging yang tepat [2].

Beberapa penelitian sebelumnya telah menerapkan model Black-Scholes dalam penilaian opsi saham untuk berbagai perusahaan teknologi. Penelitian yang dilakukan oleh Lala dkk. [4] menunjukkan bahwa model Black-Scholes dapat digunakan untuk memberikan rekomendasi investasi berdasarkan perbandingan antara harga pasar dan harga teoretis opsi saham META. Penelitian lain oleh Hanifa dkk. [5] membandingkan model Black-Scholes dengan metode Binomial dan menemukan bahwa model Black-Scholes mencapai akurasi yang lebih baik untuk opsi jangka pendek, sebagaimana ditunjukkan oleh nilai Price Absolute Error yang lebih rendah. Selanjutnya, Pratiwi dkk. [6] menyatakan bahwa nilai-nilai parameter Greek dipengaruhi oleh kondisi moneyness dan time to maturity opsi. Penelitian-penelitian terdahulu

mengindikasikan bahwa model Black–Scholes memiliki kemampuan yang kuat dalam penilaian opsi; namun, penelitian yang menggabungkan estimasi harga opsi dan analisis sensitivitas risiko pada saham teknologi masih relatif terbatas.

Salah satu perusahaan teknologi dengan aktivitas perdagangan opsi yang tinggi adalah Amazon.com, Inc. Perusahaan ini memiliki kapitalisasi pasar yang besar, likuiditas saham yang tinggi, dan volatilitas harga yang signifikan, menjadikannya subjek yang menarik untuk penelitian opsi saham. Selain itu, per tahun 2026, Amazon tidak mendistribusikan dividen, yang konsisten dengan asumsi dasar model Black–Scholes. Kondisi-kondisi ini menjadikan saham Amazon.com, Inc. sebagai aset *underlying* yang relevan untuk menguji akurasi model Black–Scholes dan menganalisis sensitivitas harga opsi terhadap perubahan kondisi pasar.

Berdasarkan uraian di atas, penelitian ini bertujuan untuk menentukan harga teoretis European *call* opsi dan *put* opsi pada saham Amazon.com, Inc. menggunakan model Black–Scholes, mengevaluasi akurasi model melalui perbandingan dengan harga pasar aktual, serta menganalisis sensitivitas harga opsi menggunakan parameter Greek.

2. Landasan Teori

Opsi Call

Opsi *call* (*call option*) adalah kontrak yang memberikan hak, namun bukan kewajiban, kepada pemegangnya untuk membeli aset *underlying* pada harga dan waktu yang telah ditentukan. Nilai intrinsik *call* option diperoleh dari selisih positif antara harga saham dan exercise price; jika selisihnya negatif, nilai intrinsik dianggap nol. Secara matematis, nilai intrinsik *call* option dapat dinyatakan sebagai nilai maksimum antara $S - K$ dan nol [7].

$$[S_T - K]^+ = \max\{S_T - K, 0\} \quad (1)$$

Opsi Put

Opsi *put*, sebaliknya memberikan hak kepada pemegangnya untuk menjual satu unit aset *underlying* pada *strike price* (K) pada tanggal jatuh tempo (T). Opsi ini bernilai ketika harga aset pada saat jatuh tempo lebih rendah dari harga pelaksanaa. Berdasarkan definisi opsi *put*, nilai intrinsiknya diperoleh dengan mengurangkan harga saham dari harga kesepakatan (*strike price*) [7]. Oleh karena itu, nilai intrinsik tersebut dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\max\{K - S_T, 0\} \quad (2)$$

Kondisi Moneyness

Kondisi moneyness mengacu pada status suatu option yang menggambarkan hubungan antara harga saham (*spot price*) dengan *strike price*. Nilai intrinsik suatu opsi mewakili nilai ekonomisnya jika opsi tersebut dieksekusi segera. Nilai intrinsik opsi dan opsi *put* disajikan pada Tabel 1 [8].

Tabel 1. Nilai Intrinsik Opsi

Kondisi	Nilai Intrinsik Opsi	
	Opsi <i>call</i>	Opsi <i>put</i>
Harga saham (S_T) > <i>Strike price</i> (K)	$S_T - K$ (<i>in-the-money</i>)	0 (<i>out-of-the-money</i>)
Harga saham (S_T) = <i>Strike price</i> (K)	0 (<i>at-the-money</i>)	0 (<i>at-the-money</i>)
Harga saham (S_T) < <i>Strike price</i> (K)	0 (<i>out-of-the-money</i>)	$K - S_T$ (<i>in-the-money</i>)

1. Suatu option dianggap berada dalam kondisi *in-the-money* (ITM) ketika memiliki nilai intrinsik yang positif, yang berarti mengeksekusi opsi tersebut pada saat itu akan memberikan keuntungan langsung bagi pemegangnya.
2. Suatu option dianggap berada dalam kondisi *at-the-money* (ATM) ketika harga pasar saham (S) sangat mendekati atau sama dengan *strike price* (K). Dalam kondisi ini, baik opsi *call* maupun opsi *put* tidak memiliki nilai intrinsik karena tidak ada keuntungan langsung dari mengeksekusi opsi tersebut, di mana selisih antara S dan K mendekati atau sama dengan nol.
3. Suatu option dikategorikan sebagai *out-of-the-money* (OTM) ketika memiliki nilai intrinsik nol, yang berarti mengeksekusi opsi tersebut pada saat itu tidak akan memberikan keuntungan apa pun bagi pemegangnya.

Log Return

Dalam menghitung volatilitas saham, log return, yang juga dikenal sebagai continuously compounded return, umum digunakan. Log return dinotasikan dengan r_t dan didefinisikan sebagai berikut [9].

$$r_t = \ln(1 + R_t) = \ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right) \quad (3)$$

Rata-rata log return dapat dihitung menggunakan rumus berikut:

$$\mu = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n r_t \quad (4)$$

Volatilitas

Menurut [10], volatilitas adalah ukuran besarnya fluktuasi harga atau return suatu aset atau portofolio. Volatilitas menggambarkan tingkat variasi pergerakan harga suatu aset tanpa mempertimbangkan arah pergerakannya. Nilai volatilitas dapat dihitung menggunakan rumus berikut [11]:

$$\sigma = \frac{1}{\sqrt{T}} \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n (r_t - \mu)^2} \quad (5).$$

Model Black-Scholes

Penilaian opsi diperlukan untuk memperkirakan nilai intrinsik suatu opsi sekaligus sebagai dasar penentuan harga wajarnya. Harga wajar opsi *call* dapat dihitung menggunakan rumus yang dikembangkan oleh Black dan Scholes (1973). Rumus ini telah banyak digunakan oleh pelaku pasar untuk mengidentifikasi perbedaan antara harga pasar suatu opsi dan harga wajarnya menurut model. Apabila harga pasar opsi *call* lebih rendah daripada harga wajar yang dihasilkan oleh model Black-Scholes, maka opsi tersebut dianggap undervalued dan menarik untuk dibeli. Sebaliknya, apabila harga pasar lebih tinggi daripada harga wajar menurut model, maka opsi tersebut dianggap overvalued dan lebih tepat untuk dijual [12].

Persamaan nilai opsi *call* dinyatakan sebagai berikut [13]:

$$C = S_0 N(d_1) - K e^{-rT} N(d_2) \quad (6)$$

Persamaan untuk menentukan harga wajar opsi *put* dapat dinyatakan sebagai berikut [13]:

$$P = K e^{-rT} N(-d_2) - S_0 N(-d_1) \quad (7)$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \quad (8)$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T} \quad (9)$$

Metrik Valuasi Error

Dalam konteks validasi model keuangan, akurasi model Black-Scholes dievaluasi dengan membandingkan harga teoretis yang dihasilkan oleh model dengan harga pasar yang diamati [14]. Penelitian ini menggunakan beberapa metrik evaluasi, yaitu *Mean Absolute Error* (MAE), *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE), dan *Root Mean Square Error* (RMSE). Secara umum, nilai yang lebih rendah dari metrik-metrik tersebut menunjukkan kinerja model yang lebih baik karena mencerminkan tingkat kesalahan prediksi yang lebih rendah. Nilai yang lebih rendah menunjukkan bahwa selisih absolut atau kuadrat selisih antara harga aktual opsi *call* dan harga prediksi opsi *call* yang dihasilkan oleh model relatif kecil untuk setiap titik data. Ukuran MAE, MAPE, dan RMSE dirumuskan sebagai berikut [15].

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |p_i^{market} - p_i^{model}| \quad (10)$$

$$MAPE = \frac{100\%}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{p_i^{market} - p_i^{model}}{p_i^{market}} \right| \quad (11)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (p_i^{market} - p_i^{model})^2} \quad (12)$$

Analisis Sensitivitas

Analisis sensitivitas (The Greeks) adalah metode yang digunakan dalam perdagangan opsi untuk mengukur berbagai risiko yang terkait dengan perubahan harga aset *underlying*, waktu, volatilitas, dan tingkat suku bunga. Setiap parameter Greek mengukur dimensi risiko yang berbeda dalam suatu posisi opsi, dan tujuan trader adalah mengelola parameter-parameter tersebut sehingga seluruh risiko tetap berada pada tingkat yang dapat diterima [2].

Delta (Δ)

Delta (Δ) suatu opsi didefinisikan sebagai laju perubahan harga opsi terhadap perubahan harga aset *underlying*. Nilai Delta untuk opsi *call* dan opsi *put* dapat dihitung menggunakan rumus berikut:

$$\Delta_{call} = N(d_1) \quad (13)$$

$$\Delta_{put} = N(d_1) - 1 \quad (14)$$

di mana d_1 didefinisikan dalam Persamaan (9), dan $N(\cdot)$ mewakili fungsi distribusi kumulatif distribusi normal standar.

Gamma (Γ)

Gamma (Γ) suatu option mengukur laju perubahan Delta terhadap perubahan harga aset *underlying*. Persamaan dapat ditulis sebagai berikut:

$$\Gamma = \frac{N'(d_1)}{S_0 \sigma \sqrt{T}} \quad (15)$$

Theta (Θ)

Theta (Θ) mengukur laju perubahan nilai posisi opsi terhadap berjalannya waktu, dengan asumsi semua faktor lain tetap konstan. Persamaannya dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\Theta_{call} = -\frac{S_0 N'(d_1) \sigma}{2\sqrt{T}} - rK e^{-rT} N(d_2) \quad (16)$$

$$\Theta_{put} = -\frac{S_0 N'(d_1) \sigma}{2\sqrt{T}} + rK e^{-rT} N(-d_2) \quad (17)$$

Vega (v)

Vega (v) mengukur laju perubahan nilai opsi atau portofolio option terhadap volatilitas pasar. Vega didefinisikan dengan cara yang sama untuk opsi *call* dan opsi *put*. Persamaan dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$v = S_0 \sqrt{T} N'(d_1) \quad (18)$$

Rho (ρ)

Rho (ρ) mengukur laju perubahan nilai posisi opsi terhadap perubahan suku bunga, dengan asumsi semua faktor lain tetap konstan.

$$\rho_{call} = K T e^{-rT} N(d_2) \quad (19)$$

$$\rho_{put} = -K T e^{-rT} N(-d_2) \quad (20)$$

Amazon.com, Inc.

Amazon.com, Inc. adalah perusahaan teknologi multinasional yang berbasis di Amerika Serikat dan didirikan oleh Jeff Bezos pada tahun 1994. Amazon merupakan salah satu perusahaan terbesar di dunia yang beroperasi dalam berbagai sektor, seperti e-commerce, layanan cloud computing melalui Amazon Web Services (AWS), kecerdasan buatan, digital streaming, serta produksi perangkat seperti Kindle dan Echo. Amazon secara resmi melaksanakan Initial Public Offering (IPO) dan tercatat di National Association of Securities Dealers Automated Quotations (NASDAQ) pada 15 Mei 1997. Sejak saat itu, saham Amazon menjadi salah satu saham yang paling aktif diperdagangkan, dengan karakteristik likuiditas yang tinggi serta minat yang kuat dari investor institusional maupun investor ritel.

3. Metode Penelitian

Penelitian ini menggunakan data sekunder berupa harga penutupan harian saham Amazon.com, Inc. (AMZN) periode 22 Februari 2021 hingga 20 Februari 2026 yang diperoleh dari NASDAQ, data harga opsi *call* dan opsi *put* dengan tanggal jatuh tempo 18 Desember 2026 yang diperoleh dari Yahoo Finance, serta tingkat suku bunga bebas risiko yang menggunakan imbal hasil US Treasury 52 minggu sebesar 3,51% per tahun per 20 Februari 2026 yang dipublikasikan oleh U.S. Department of the Treasury.

Pengolahan data dilakukan menggunakan Microsoft Excel. Tahapan analisis data dilaksanakan sebagai berikut:

1. Mengumpulkan data harga saham harian, harga opsi *call* dan *put*, *strike price*, waktu jatuh tempo, dan tingkat bunga bebas risiko.
2. Menghitung *log return* dan rata-rata *log return* harga saham.
3. Menghitung volatilitas historis saham.
4. Menentukan parameter model Black-Scholes yang terdiri atas harga saham awal, *strike price*, tingkat bunga bebas risiko, volatilitas, dan waktu jatuh tempo.
5. Menghitung harga teoretis opsi *call* dan opsi *put* menggunakan model Black-Scholes.
6. Mengklasifikasikan opsi berdasarkan kondisi *moneyness* menjadi *in-the-money* (ITM), *at-the-money* (ATM), dan *out-of-the-money* (OTM).

7. Mengevaluasi akurasi model dengan membandingkan harga teoretis dan harga pasar menggunakan MAE, MAPE, dan RMSE.
8. Menghitung parameter The Greeks yang meliputi Delta, Gamma, Theta, Vega, dan Rho untuk menganalisis sensitivitas harga opsi terhadap perubahan faktor pasar.
9. Menarik kesimpulan

4. Hasil Penelitian

Data Saham

Penelitian ini menggunakan data *closing price* harian saham Amazon.com, Inc. (AMZN) selama periode 22 Februari 2021 hingga 20 Februari 2026 yang terdiri atas 1.256 observasi. Data *closing price* saham AMZN disajikan pada Tabel 2.

Tabel 2. Harga Penutupan Saham AMZN untuk Periode 20 Februari 2021 – 20 Februari 2026.

No	Tanggal	Close Price (\$)
1	02/22/2021	159.037
2	02/23/2021	159.725
3	02/24/2021	157.9765
⋮	⋮	⋮
1254	02/18/2026	204.79
1255	02/19/2026	204.86
1256	02/20/2026	210.11
Rata-rata		165.19363

Berdasarkan data *close price* saham AMZN, harga saham pada periode terakhir sebesar \$210,11 adalah nilai S_0 yang akan digunakan dalam rumus Black-Scholes. Data *close price* AMZN ini digunakan untuk menentukan log return dan volatilitas.

Data Opsi

Dalam penelitian ini, opsi yang dihitung harga teoretisnya meliputi opsi *call* dan opsi *put* pada saham Amazon.com, Inc. (AMZN) yang diterbitkan pada 20 Februari 2026 dengan tanggal jatuh tempo kontrak pada 18 Desember 2026. Data opsi tersebut disajikan pada Tabel 3 dan Tabel 4.

Tabel 3. Data Kontrak Opsi *call* AMZN yang Berakhir pada 18 Desember 2026.

No	Nama Kontrak	Strike price (\$)	Market Price (\$)
1	AMZN261218C00085000	85	119.55
2	AMZN261218C00090000	90	122.85
3	AMZN261218C00095000	95	152.45
⋮	⋮	⋮	⋮
54	AMZN261218C00355000	355	2.51
55	AMZN261218C00360000	360	2.45
56	AMZN261218C00370000	370	2.02

Berdasarkan data harga opsi *call*, harga option tertinggi adalah \$152,45 pada *strike price* \$95 dan terendah adalah \$2,02 pada *strike price* \$370.

Tabel 4. Data Kontrak Opsi *put* AMZN yang Berakhir pada 18 Desember 2026.

No	Nama Kontrak	Strike price (\$)	Market Price (\$)
1	AMZN261218P00085000	85	0.56
2	AMZN261218P00090000	90	0.70
3	AMZN261218P00095000	95	0.96
⋮	⋮	⋮	⋮
54	AMZN261218P00355000	355	129.79
55	AMZN261218P00360000	360	134.75
56	AMZN261218P00370000	370	133.75

Berdasarkan data harga opsi *put*, harga option tertinggi adalah \$134,75 pada *strike price* \$360 dan terendah adalah \$0,56 pada *strike price* \$85.

Perhitungan Log Return

Log return dihitung menggunakan logaritma natural dari harga saat ini dibagi dengan harga sebelumnya. Secara matematis, log return dapat dihitung menggunakan Persamaan (3), sebagai berikut:

$$r_t = \ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right)$$

Log return saham dihitung sebagai berikut:

Untuk $t = 0$, maka

$$r_0 = -$$

Untuk $t = 1$, maka

$$r_1 = \ln\left(\frac{159.725}{159.037}\right) = 0.004317$$

Untuk $t = 2$, maka

$$r_2 = \ln\left(\frac{157.9765}{159.725}\right) = -0.01101$$

Perhitungan yang sama dilakukan hingga $t=1255$

Untuk $t = 1253$, maka

$$r_{1253} = \ln\left(\frac{204.86}{201.15}\right) = 0.017934$$

Untuk $t = 1254$, maka

$$r_{1254} = \ln\left(\frac{204.86}{204.86}\right) = 0.000342$$

Untuk $t = 1255$, maka

$$r_{1255} = \ln\left(\frac{210.11}{204.86}\right) = 0.025304$$

Selanjutnya, dalam menghitung volatilitas, rata-rata log return saham diperlukan, yang dihitung menggunakan Persamaan (4).

$$\mu = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n r_t$$

Rata-rata *log return* dihitung sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{1}{1255} \sum_{t=1}^{1255} r_{1255} \\ &= \frac{1}{1255} (r_1 + r_2 + \dots + r_{1255}) \\ &= \frac{1}{1255} (0.004317 + (-0.01101) + \dots + 0.025304) \\ \mu &= 0.000222 \end{aligned}$$

Log return (0,000222) mengindikasikan bahwa, rata-rata, aset mengalami kenaikan harga sebesar sekitar $\pm 0,0222\%$ per periode observasi.

Perhitungan Volatilitas

Volatilitas saham dapat dihitung menggunakan Persamaan (5) di mana $\tau = \frac{1}{T}$ dan T mewakili jumlah hari perdagangan dalam satu tahun (252 hari). Berdasarkan perhitungan sebelumnya, nilai-nilai r_t dan μ . Oleh karena itu, volatilitas dapat dihitung sebagai berikut.

$$\sigma = \frac{1}{\sqrt{\tau}} \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n (r_t - \mu)^2}$$

Volatilitas tahunan dihitung sebagai berikut:

$$= \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{252}}} \sqrt{\frac{1}{1256-1} \left[(0.004317 - 0.000222)^2 + (-0.01101 - 0.000222)^2 + \dots + (0.025304 - 0.000222)^2 \right]}$$

$$\sigma = 0.35248865 = 35.25\%$$

Berdasarkan hasil perhitungan, diperoleh nilai volatilitas tahunan sebesar 0,35248865 atau 35,25%. Nilai ini merupakan ukuran statistik yang menunjukkan tingkat fluktuasi harga atau risiko dalam pergerakan saham AMZN selama satu tahun. Dengan harga saham pada akhir periode pengamatan sebesar \$210,11, volatilitas tersebut dapat diinterpretasikan bahwa dalam satu tahun ke depan harga saham AMZN diperkirakan bergerak dalam rentang satu simpangan baku, yaitu antara \$136,00 hingga \$284,22, yang diperoleh dari perhitungan \$210,11 \times (1 \pm 0,3525).

Perhitungan Harga Teoretis

Perhitungan harga teoretis opsi *call* dan opsi *put* menggunakan model Black–Scholes dilakukan melalui langkah-langkah berikut:

1. Menghitung nilai d_1 , d_2 , $N(d_1)$, $N(d_2)$, $N(-d_1)$ dan $N(-d_2)$ untuk setiap *strike price* (K).

a) Untuk mengitung nilai d_1 untuk setiap *strike price* ($K = 85 - 370$) digunakan Persamaan (8).

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

Untuk $K = 85$, maka

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{210.11}{85}\right) + (0.0351 + \frac{1}{2}(0.35248865)^2)0.82466}{0.35248865\sqrt{0.82466}} = 3.077678829$$

Perhitungan yang sama dilakukan hingga $K = 370$

Untuk $K = 370$, maka

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{210.11}{370}\right) + (0.0351 + \frac{1}{2}(0.35248865)^2)0.82466}{0.35248865\sqrt{0.82466}} = -1.517336323$$

b) Selanjutnya, untuk menghitung nilai d_2 untuk setiap *strike price* ($K = 85 - 370$) digunakan Persamaan (9).

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

Untuk $K = 85$, maka

$$d_2 = 3.077678829 - 0.35248865\sqrt{0.82466} = 2.757581572$$

Perhitungan yang sama dilakukan hingga $K = 370$

Untuk $K = 370$, maka

$$d_2 = -1.517336323 - 0.35248865\sqrt{0.82466} = -1.837433581$$

c) Selanjutnya, untuk menghitung nilai $N(d_1)$, $N(d_2)$, $N(-d_1)$ dan $N(-d_2)$ dihitung menggunakan rumus *NORM.S.DIST(z;true)*, dan nilai $N'(d_1)$ dihitung menggunakan rumus *NORM.S.DIST(z;false)* pada *Microsoft Excel*. The resulting nilai are presented in Tabel 5 below.

Tabel 5. Parameter d_1 , d_2 , $N(d_1)$, $N(d_2)$, $N(-d_1)$, dan $N(-d_2)$ yang Digunakan dalam Perhitungan Harga teoretis Opsi.

No	d_1	d_2	$N(d_1)$	$N(d_2)$	$N(-d_1)$	$N(-d_2)$	$N'(d_1)$
1	3.078	2.758	0.999	0.997	0.001	0.003	0.399
2	2.899	2.579	0.998	0.995	0.002	0.005	0.399

3	2.730	2.410	0.997	0.992	0.003	0.008	0.399
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
53	-1.344	-1.664	0.090	0.048	0.910	0.952	0.264
54	-1.388	-1.708	0.083	0.044	0.917	0.956	0.262
55	-1.432	-1.752	0.076	0.040	0.924	0.960	0.260

2. Selanjutnya, harga teoretis opsi *call* dihitung menggunakan Persamaan (6) untuk setiap *strike price* (K).

$$C = S_0N(d_1) - Ke^{-rT}N(d_2)$$

Untuk $K = 85$

$$\begin{aligned} C &= S_0N(d_1) - Ke^{-rT}N(d_2) \\ &= 210.11(0.998957) - 85e^{(-0.0351)(0.82466)}0.997088 \\ C &= \$127.56 \end{aligned}$$

Dari hasil perhitungan diperoleh harga teoretis opsi *call* sebesar \$127,56 untuk *strike price* \$85. Dengan menggunakan metode yang sama, diperoleh harga teoretis opsi *call* untuk setiap *strike price* sebagaimana disajikan pada Tabel 6.

Tabel 6. Harga Teoretis Opsi *call* Menggunakan Model Black-Scholes.

No	Nama Kontrak	Strike price (\$)	Market Price (\$)	Harga teoretis (\$)
1	AMZN261218C00085000	85	119.55	127.5564
2	AMZN261218C00090000	90	122.85	122.7178
3	AMZN261218C00095000	95	152.45	117.8914
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
54	AMZN261218C00355000	355	2.51	2.239939
55	AMZN261218C00360000	360	2.45	2.036787
56	AMZN261218C00370000	370	2.02	1.683328

Hasil perhitungan menunjukkan bahwa 83,93% (47 dari 56 observasi) opsi *call* dikategorikan sebagai *overpriced*, yang berarti diperdagangkan pada harga yang lebih tinggi daripada harga teoretis yang dihasilkan oleh model. Sementara itu, 16,07% sisanya diklasifikasikan sebagai *underpriced*, yang berarti diperdagangkan pada harga yang lebih rendah daripada harga teoretis model.

3. Harga Teoretis opsi *put* dihitung menggunakan Persamaan (7) untuk setiap *strike price* (K).

$$P = Ke^{-rT}N(-d_2) - S_0N(-d_1)$$

Untuk $K = 85$

$$\begin{aligned} P &= Ke^{-rT}N(-d_2) - S_0N(-d_1) \\ &= 85e^{(-0.0351)(0.82466)}0.002912 - 210.11(0.001043) \\ P &= \$0.02 \end{aligned}$$

Dari perhitungan ini, harga teoretis opsi *put* adalah \$0,02 untuk *strike price* \$85. Menggunakan metode yang sama, harga teoretis opsi *put* untuk setiap *strike price*, seperti disajikan pada Tabel 7.

Tabel 7. Harga Teoretis Opsi *put* Menggunakan Model Black-Scholes.

No	Nama Kontrak	Strike price (\$)	Market Price (\$)	Harga Teoretis (\$)
1	AMZN261218P00085000	85	0.56	0.021254
2	AMZN261218P00090000	90	0.70	0.040012
3	AMZN261218P00095000	95	0.96	0.070963
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
54	AMZN261218P00355000	355	129.79	137.0016
55	AMZN261218P00360000	360	134.75	141.6558
56	AMZN261218P00370000	370	133.75	151.017

Untuk opsi *put*, 83,93% (47 dari 56 observasi) kontrak opsi dikategorikan sebagai underpriced, yang berarti opsi tersebut diperdagangkan pada harga pasar yang lebih rendah daripada harga teoretis yang diestimasi oleh model. Sementara itu, 16,07% sisanya dikategorikan sebagai overpriced, yang menunjukkan bahwa harga pasar lebih tinggi daripada harga teoretis yang dihasilkan oleh model.

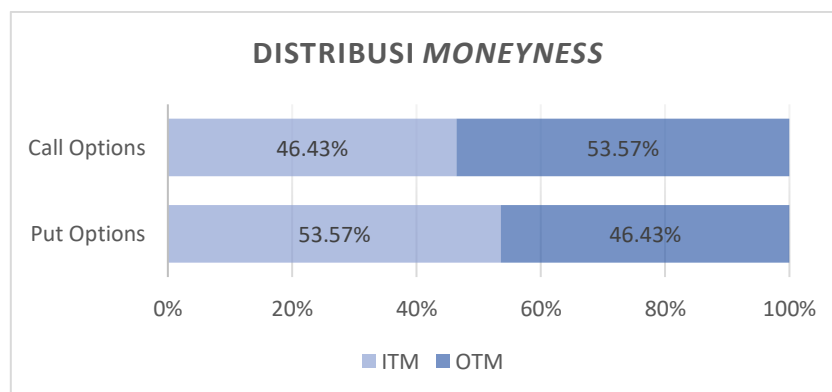
Hasil perhitungan harga opsi menggunakan model Black–Scholes dapat dipahami dengan lebih baik melalui klasifikasi kondisi moneyness dan nilai intrinsik opsi. Nilai intrinsik dihitung menggunakan Persamaan (1) untuk opsi *call* dan Persamaan (2) untuk opsi *put* dengan bantuan *Microsoft Excel*. Ringkasan hasil perhitungan tersebut disajikan pada Tabel 8.

Tabel 8. Kondisi Moneyness Opsi dan Nilai Intrinsik Opsi *call* dan Opsi *put*

Harga Saham (\$)	Strike Price (\$)	Nilai Intrinsik Opsi Call	Nilai Intrinsik Opsi Put	Kondisi Opsi Call	Kondisi Opsi Put
210.11	85	125.11	0	ITM	OTM
210.11	90	120.11	0	ITM	OTM
210.11	95	115.11	0	ITM	OTM
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
210.11	355	0	144.89	OTM	ITM
210.11	360	0	149.89	OTM	ITM
210.11	370	0	159.89	OTM	ITM

Dengan harga saham AMZN sebesar \$210,11, opsi dapat dikelompokkan ke dalam dua kondisi utama. Ketika *strike price* lebih rendah daripada harga saham ($K = \$85$ hingga \$210), opsi *call* berada dalam kondisi *in-the-money* (ITM). Kondisi ini konsisten dengan model Black–Scholes yang menunjukkan bahwa harga opsi *call* cenderung lebih tinggi karena pemegang opsi memiliki hak untuk membeli saham pada harga yang lebih rendah daripada harga pasar. Sebaliknya, opsi *put* pada rentang *strike price* tersebut memiliki nilai intrinsik yang rendah karena hak untuk menjual saham pada harga di bawah harga pasar menjadi kurang bernilai.

Ketika *strike price* mendekati atau melebihi harga saham ($K = \$215$ hingga \$370), terjadi perubahan karakteristik harga opsi. Harga opsi *call* menurun dan cenderung berada dalam kondisi *out-of-the-money* (OTM), sedangkan harga opsi *put* meningkat dan berada dalam kondisi *in-the-money* (ITM). Kondisi ini mengindikasikan bahwa hak untuk menjual saham pada harga yang lebih tinggi daripada harga pasar menjadi semakin bernilai. Distribusi status moneyness untuk opsi *call* dan opsi *put* disajikan pada Gambar 1.



Gambar 1. Distribusi Moneyness

Berdasarkan Gambar 1, distribusi status moneyness opsi *call* dan opsi *put* menunjukkan pola yang berlawanan. Pada opsi *call*, sebanyak 46,43% (26 dari 56 observasi) berada dalam kondisi *in-the-money* (ITM), yaitu ketika *strike price* lebih rendah daripada harga saham (\$210,11). Sementara itu, 53,57% (30 observasi) berada dalam kondisi *out-of-the-money* (OTM), yaitu ketika *strike price* melebihi harga saham. Sebaliknya, pada opsi *put*, proporsi ITM dan OTM menunjukkan pola yang berlawanan. Sebanyak 53,57% observasi berada dalam kondisi *in-the-money* (ITM) ketika *strike price* lebih tinggi daripada harga saham, sedangkan 46,43% observasi berada dalam kondisi *out-of-the-money* (OTM) ketika *strike price* lebih rendah daripada harga saham. Tidak terdapat opsi yang dikategorikan sebagai *at-the-money* (ATM) karena tidak ada *strike price* yang sama dengan harga saham saat ini, yaitu sebesar \$210,11.

Hasil ini menunjukkan bahwa model Black–Scholes mampu menggambarkan perubahan harga opsi secara konsisten seiring perubahan *strike price*, terutama pada transisi antara kondisi *in-the-money* (ITM) dan *out-of-the-money* (OTM)

Validasi Model

Dalam menguji keandalan model keuangan, akurasi model Black–Scholes dievaluasi melalui perbandingan antara harga teoretis yang dihasilkan model dan harga pasar aktual (*market price*). Selanjutnya, tingkat kesalahan model diukur menggunakan metrik MAE, MAPE, dan RMSE yang dihitung berdasarkan Persamaan (10), Persamaan (11), dan Persamaan (12).

1. Mean Absolute Error (MAE)

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |p_i^{market} - p_i^{model}|$$

MAE *Call Option*

$$MAE_{call} = \frac{1}{56} |(119.55 - 127.56) + \dots + (2.02 - 1.68)|$$

$$MAE_{call} = 2.18$$

MAE Opsi *put*

$$MAE_{put} = \frac{1}{56} |(0.56 - 0.02) + \dots + (133.75 - 151.02)|$$

$$MAE_{put} = 4.78$$

Berdasarkan hasil perhitungan, diperoleh nilai MAE sebesar 2,18 untuk opsi *call* dan 4,78 untuk opsi *put*. Hasil tersebut menunjukkan bahwa rata-rata kesalahan absolut antara harga teoretis dan harga pasar (*market price*) pada opsi *put* lebih besar dibandingkan pada opsi *call*. Oleh karena itu, model Black–Scholes menunjukkan tingkat akurasi yang lebih baik dalam mengestimasi harga opsi *call* dibandingkan harga opsi *put*.

2. Mean Absolute Percentage Error (MAPE)

$$MAPE = \frac{100\%}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{p_i^{market} - p_i^{model}}{p_i^{market}} \right|$$

MAPE *Call Option*

$$MAPE_{call} = \frac{100\%}{56} \left| \left(\frac{119.55 - 127.56}{119.55} \right) + \dots + \left(\frac{2.02 - 1.68}{2.02} \right) \right|$$

$$MAPE_{call} = 5.32$$

MAPE Opsi *put*

$$MAPE_{put} = \frac{100\%}{56} \left| \left(\frac{0.56 - 0.02}{0.56} \right) + \dots + \left(\frac{133.75 - 151.02}{133.75} \right) \right|$$

$$MAPE_{put} = 25.63$$

Nilai MAPE untuk opsi *call* adalah sebesar 5,32%. Hal ini menunjukkan bahwa rata-rata kesalahan prediksi harga opsi *call* sekitar 5,32% terhadap harga pasar (*market price*). Sementara itu, nilai MAPE untuk opsi *put* adalah sebesar 25,63%, yang menunjukkan bahwa rata-rata kesalahan prediksi harga opsi *put* mencapai 25,63% terhadap harga pasar. Hasil ini menunjukkan bahwa model memberikan estimasi harga yang lebih akurat untuk opsi *call* dibandingkan untuk opsi *put*.

3. Root Mean Square Error (RMSE)

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (p_i^{market} - p_i^{model})^2}$$

RMSE *Call Option*

$$RMSE_{call} = \sqrt{\frac{1}{56} (119.55 - 127.56)^2 + \dots + (2.02 - 1.68)^2}$$

$$RMSE_{call} = 5.20$$

RMSE Opsi *put*

$$RMSE_{put} = \sqrt{\frac{1}{56} (0.56 - 0.02)^2 + \dots + (133.75 - 151.02)^2}$$

$$RMSE_{put} = 7.44$$

Nilai RMSE untuk opsi *call* adalah sebesar 5,20, sedangkan nilai RMSE untuk opsi *put* adalah sebesar 7,44. Hasil ini menunjukkan bahwa model memiliki tingkat kesalahan prediksi yang lebih rendah pada opsi *call* dibandingkan pada opsi *put*, sehingga estimasi harga opsi *call* cenderung lebih akurat.

Analisis Sensitivitas

Melalui analisis parameter Greeks, yaitu Delta, Gamma, Theta, Vega, dan Rho, faktor-faktor yang paling memengaruhi perubahan harga opsi dapat diidentifikasi, sehingga dapat menjelaskan penyebab perbedaan antara harga pasar dan harga yang dihitung oleh model. Bagian berikut menyajikan perhitungan setiap parameter Greek untuk kontrak opsi dengan *strike price* sebesar \$85.

Delta

$$\Delta_{call} = N(d_1) = 0.999$$

$$\Delta_{put} = N(d_1) - 1 = 0.999 - 1 = -0.0010$$

Berdasarkan hasil perhitungan, Delta untuk opsi *call* sebesar 0,999 menunjukkan bahwa harga opsi *call* sangat sensitif terhadap pergerakan harga saham AMZN, di mana setiap kenaikan \$1 pada harga saham akan meningkatkan harga opsi sekitar \$0,99. Sementara itu, Delta untuk opsi *put* sebesar -0,001 menunjukkan bahwa harga opsi *put* hampir tidak bereaksi terhadap perubahan harga saham.

Gamma

$$\Gamma = \frac{N'(d_1)}{S_0 \sigma \sqrt{T}} = \frac{0.399}{210.11 \times 0.35248865 \times \sqrt{0.824657534}} = 0.00005$$

Gamma sebesar 0,00005 menunjukkan bahwa Delta relatif stabil dan berubah sangat lambat terhadap perubahan harga saham. Hal ini berarti bahwa jika harga saham naik atau turun sebesar 1 unit, maka Delta hanya berubah sebesar 0,00005.

Theta

$$\Theta_{call} = -\frac{210.11 \cdot 0.399 \cdot 0.35248865}{2\sqrt{0.824657534}} - 0.0351 \cdot 85e^{(-0.0351)(0.82466)} \cdot 0.997 = -3.0076$$

$$\Theta_{put} = -\frac{210.11 \cdot 0.399 \cdot 0.35248865}{2\sqrt{0.824657534}} + 0.0351 \cdot 85e^{(-0.0351)(0.82466)} \cdot 0.003 = -0.1093$$

Untuk sensitivitas waktu, Theta untuk opsi *call* sebesar -3,01 menunjukkan bahwa harga opsi *call* menurun sekitar \$3,01 per tahun, atau sekitar \$0,008 per hari (diperoleh dari pembagian Theta tahunan dengan jumlah hari dalam satu tahun). Penurunan harga opsi seiring waktu ini disebut *time decay*. Sementara itu, Theta untuk opsi *put* sebesar -0,11 menunjukkan penurunan sekitar \$0,11 per tahun atau sekitar \$0,0003 per hari, yang mencerminkan penurunan yang jauh lebih kecil. Hal ini menunjukkan bahwa pengaruh waktu terhadap harga opsi *put* relatif lebih lemah dibandingkan opsi *call*.

Vega

$$v = 210.11 \cdot \sqrt{0.824657534} \cdot 0.399 = 0.6678$$

Nilai Vega sebesar 0,67 menunjukkan bahwa kenaikan volatilitas pasar sebesar 1% dapat meningkatkan harga opsi sekitar \$0,0067. Nilai ini menunjukkan bahwa perubahan tingkat ketidakpastian pasar memberi pengaruh yang cukup terhadap nilai opsi. Ketika volatilitas meningkat, harga opsi cenderung ikut naik karena peluang terjadinya pergerakan harga yang lebih besar juga meningkat.

Rho

$$\rho_{call} = 85 \cdot 0.824657534 \cdot e^{(-0.0351)(0.82466)} 0.997 = 67.8978$$

$$\rho_{put} = -85e^{(-0.0351)(0.82466)} 0.003 = -0.1983$$

Terakhir, Rho *call* sebesar 67,90 mengindikasikan bahwa kenaikan suku bunga bebas risiko sebesar 1% akan meningkatkan harga opsi *call* sekitar \$0,68, sedangkan Rho *put* sekitar -0,001983 yang menunjukkan sensitivitas yang sangat rendah terhadap perubahan suku bunga.

Selanjutnya, dengan cara yang sama, dihitung nilai The Greeks untuk setiap *strike price*. Dengan demikian dihasilkan nilai dari masing-masing parameter The Greeks seperti pada Tabel 9.

Tabel 9. Hasil Perhitungan Parameter Greek

Delta <i>Call</i>	Delta <i>Put</i>	Gamma	Theta <i>Call</i>	Theta <i>Put</i>	Vega	Rho <i>Call</i>	Rho <i>Put</i>
0.9990	-0.0010	0.00005	-3.0076	-0.1093	0.6678	67.8978	-0.1983
0.9981	-0.0019	0.00009	-3.2544	-0.1855	1.1387	71.7445	-0.3572
0.9968	-0.0032	0.00014	-3.5364	-0.2970	1.8318	75.5004	-0.6069
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
0.0826	-0.9174	0.00226	-5.6499	6.4551	29.0484	12.4581	-271.9429
0.0761	-0.9239	0.00213	-5.3035	6.9719	27.3129	11.5077	-276.8990
0.0646	-0.9354	0.00188	-4.6602	7.9563	24.0743	9.8034	-286.6145

Berdasarkan hasil yang diperoleh, menunjukkan bahwa parameter yang paling berpengaruh terhadap harga opsi adalah Delta (Δ). Nilai Delta yang mendekati 1 pada beberapa *strike price* menunjukkan bahwa perubahan harga saham memiliki dampak paling kuat terhadap perubahan harga opsi. Hal ini berarti pergerakan harga saham menjadi faktor utama yang menentukan nilai opsi dibandingkan faktor lain seperti volatilitas, waktu, atau suku bunga.

5. Kesimpulan

1. Berdasarkan hasil perhitungan terdapat 16,07% opsi *call* berada di bawah nilai wajarnya (*underpriced*) dan 83,93% berada di atas nilai wajarnya (*overpriced*). Sebaliknya, pada opsi *put*, sebanyak 83,93% berada di bawah nilai wajarnya (*underpriced*) dan 16,07% berada di atas nilai wajarnya (*overpriced*).
2. Perbandingan harga teoretis dan harga pasar menunjukkan bahwa model Black–Scholes lebih akurat untuk opsi *call* (MAE = 2,18; MAPE = 5,32%; RMSE = 5,20) dibandingkan opsi *put* (MAE = 4,78; MAPE = 25,63%; RMSE = 7,44).
3. Hasil analisis sensitivitas menunjukkan bahwa Delta merupakan parameter yang paling berpengaruh terhadap harga opsi. Nilai Delta menunjukkan bahwa perubahan harga saham memberikan dampak terbesar terhadap perubahan harga opsi dibandingkan faktor lainnya.

Daftar Pustaka

- [1] Mooy, M. N., Rusgiyono, A., & Rahmawati, R. (2017). Penentuan harga opsi *put* dan *call* tipe Eropa terhadap saham menggunakan model Black-Scholes. *Jurnal Gaussian*, 6(3), 407–417.
- [2] Hull, J. C. (2014). *Fundamentals of futures and options markets* (8th ed.). Pearson Education, Toronto.
- [3] Anwar, M. N., & Andallah, L. S. (2018). A study on numerical solution of Black-Scholes model. *Journal of Mathematical Finance*, 8(2), 372–381.
- [4] Lala, G. I. M. T., Manurung, T., & Langi, Y. A. R. (2024). Penentuan harga opsi beli dan opsi jual tipe Eropa untuk saham META menggunakan model Black-Scholes. *d'Cartesian: Jurnal Matematika dan Aplikasi*, 13(2), 115-120. <https://ejournal.unsrat.ac.id/index.php/decartesian>
- [5] Hanifa, F. H., Purnomo, B. S., Purnamasari, I., & Dewi, A. S. (2025). Pengujian model Black-Scholes dan model Binomial pada kontrak opsi saham NFLX. *Jurnal manajemen dan keuangan*. 14(1), 70-83.
- [6] Pratiwi, N., Sulistianingsih, E., & Imro'ah, N. (2019). Penggunaan metode Greeks Black Scholes untuk analisis sensitivitas harga opsi beli Eropa. *Buletin Ilmiah Math. Stat. dan Terapannya (Bimaster)*, 8(2), 363-370.
- [7] Iqrami, A. I., Nainggolan, N., & Manurung, T. (2021). Metode Black Scholes dalam menghitung harga opsi Asia (studi kasus pada saham HMS Holdings Corp). *d'Cartesian: Jurnal Matematika dan Aplikasi*, 10(2), 64–68.
- [8] Putri, L. H. T. W., Dharmawan, K., & Sumarjaya, I. W. (2018). Penentuan harga jual opsi barrier tipe Eropa dengan metode antithetic variate pada simulasi Monte Carlo. *E-Jurnal Matematika* 7(2), 71-78. <https://doi.org/10.24843/MTK.2018.v07.i02.p187>.
- [9] Serang, P., Mananohas, M. L., & Manurung, T. (2024). Penentuan harga opsi tipe Eropa pada saham Tesla Inc. menggunakan metode trinomial. *d'Cartesian: Jurnal Matematika dan Aplikasi*, 13(2), 107–114. <https://ejournal.unsrat.ac.id/index.php/decartesian>.
- [10] Harahap, K. (2024). *Manajemen investasi dan portofolio*. PT Media Penerbit Indonesia, Medan.

- [11] Sumampouw, J.A.P., Montolalu, C.E.J.C., & Manurung, T. (2020). Penentuan harga opsi saham menggunakan metode Quasi Monte Carlo dengan barisan Halton (Studi kasus: PT Gudang Garam Tbk). *d'Cartesian: Jurnal Matematika dan Aplikasi*, 9(2), 140–144. <https://ejournal.unsrat.ac.id/index.php/decartesian>.
- [12] Desiyanti, R. (2017). Teori investasi dan portofolio. Bung Hatta University Press, Padang.
- [13] Black, F., & Scholes, M. (1973). The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Political Economy*, 81(3), 637–654.
- [14] Puken, A. S., Hatidja, D., & Titaley, J. (2026). Penerapan model ARIMA-GARCH untuk prediksi nilai tukar Rupiah terhadap mata uang Cina (Yuan). *d'CartesiaN: Jurnal Matematika dan Aplikasi*, 15(1), 8–18. <https://ejournal.unsrat.ac.id/index.php/decartesian>.
- [15] Gross, E., Kruger, R., & Toerien, F. (2025). A comparative analysis of option pricing models: Black–Scholes, Bachelier, dan artificial neural networks. *Risk Management*, 27, 8. <https://doi.org/10.1057/s41283-025-00160-0>.